

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ "УДМУРТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"**

Рег. № 000010845



Кафедра математики и физики

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Наименование дисциплины (модуля): Математический анализ

Уровень образования: Специалитет

Специальность: 38.05.01 Экономическая безопасность

Профиль подготовки: Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности

Очная, заочная

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.05.01 Экономическая безопасность (приказ № 293 от 14.04.2021 г.)

Разработчики:

Пономарева С. Я., кандидат экономических наук, доцент

Программа рассмотрена на заседании кафедры, протокол № 01 от 28.03.2025 года

## **1. Цель и задачи изучения дисциплины**

Цель изучения дисциплины - ознакомление студентов с элементами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач аграрной науки и сельскохозяйственного производства и с методами математического исследования прикладных вопросов; формирование навыков самостоятельного изучения специальной литературы, понятия о разработке математических моделей для решения агрономических и агрохимических задач сельскохозяйственного производства; развитие логического мышления, навыков математического исследования явлений и процессов, связанных с сельскохозяйственным производством.

Задачи дисциплины:

- формирование представления о месте и роли математики в современном мире; ;
- формирование системы основных понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов;;
- раскрытие взаимосвязи этих понятий; формирование навыков самостоятельной работы, организации исследовательской работы..

## **2. Место дисциплины в структуре ОП ВО**

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части учебного плана.

Дисциплина изучается на 1 курсе, в 2 семестре.

Изучению дисциплины «Математический анализ» предшествует освоение дисциплин (практик):

Линейная алгебра.

Освоение дисциплины «Математический анализ» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

Кодирование и защита информации;

Прогнозирование и планирование экономики;

Методы оптимальных решений;

Эконометрика;

Теория вероятностей и математическая статистика.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к видам профессиональной деятельности и решению профессиональных задач, предусмотренных ФГОС ВО и учебным планом.

## **3. Требования к результатам освоения дисциплины**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций:

**- УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий**

Знания, умения, навыки, формируемые по компетенции в рамках дисциплины, и индикаторы освоения компетенций

Студент должен знать:

Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, в том числе на цифровых платформах, методики системного подхода для решения профессиональных задач

Студент должен уметь:

Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, в том числе на цифровых платформах; оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности

Студент должен владеть навыками:

Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками (цифровыми платформами) по своей профессиональной деятельности; методами принятия решений

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Второй семестр
<b>Контактная работа (всего)</b>	<b>66</b>	<b>66</b>
Лекционные занятия	26	26
Практические занятия	40	40
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	<b>87</b>	<b>87</b>
<b>Виды промежуточной аттестации</b>	<b>27</b>	<b>27</b>
Экзамен	27	27
<b>Общая трудоемкость часы</b>	<b>180</b>	<b>180</b>
<b>Общая трудоемкость зачетные единицы</b>	<b>5</b>	<b>5</b>

#### Объем дисциплины и виды учебной работы (заочная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Первый семестр	Второй семестр
<b>Контактная работа (всего)</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	
Лекционные занятия	4	4	
Практические занятия	8	8	
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	<b>159</b>	<b>24</b>	<b>135</b>
<b>Виды промежуточной аттестации</b>	<b>9</b>		<b>9</b>
Экзамен	9		9
<b>Общая трудоемкость часы</b>	<b>180</b>	<b>36</b>	<b>144</b>
<b>Общая трудоемкость зачетные единицы</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>4</b>

#### 5. Содержание дисциплины

##### Тематическое планирование (очное обучение)

Номер темы/раздела	Наименование темы/раздела	Всего часов	Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа
	<b>Второй семестр, Всего</b>	<b>153</b>	<b>26</b>	<b>40</b>		<b>87</b>
<b>Раздел 1</b>	<b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>	<b>50</b>	<b>8</b>	<b>12</b>		<b>30</b>
Тема 1	Предел функции. Раскрытие неопределенностей.	10	2	2		6
Тема 2	1 и 2 замечательный предел. Эквивалентные бесконечно малые.	10	2	2		6
Тема 3	Производная. Геометрический и механический смысл.	16	2	4		10
Тема 4	Применение производной для исследования функций. Построение графиков .	14	2	4		8
<b>Раздел 2</b>	<b>Функция нескольких переменных</b>	<b>29</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>17</b>

Тема 5	Функция нескольких переменных.	9	2	2		5
Тема 6	Производная по направлению.	11	2	2		7
Тема 7	Глобальный экстремум Ф2П в замкнутой области.	9	2	2		5
<b>Раздел 3</b>	<b>Интегральное исчисление</b>	<b>28</b>	<b>4</b>	<b>10</b>		<b>14</b>
Тема 8	Неопределенные интегралы и методы интегрирования	15	2	6		7
Тема 9	Определенные интегралы. Методы интегрирования. Применение.	13	2	4		7
<b>Раздел 4</b>	<b>Дифференциальные уравнения</b>	<b>24</b>	<b>4</b>	<b>6</b>		<b>14</b>
Тема 10	Дифференциальные уравнения 1 порядка	15	2	4		9
Тема 11	Дифференциальные уравнения второго порядка	9	2	2		5
<b>Раздел 5</b>	<b>Ряды</b>	<b>22</b>	<b>4</b>	<b>6</b>		<b>12</b>
Тема 12	Числовые ряды.	5	1	1		3
Тема 13	Знакочередующиеся числовые ряды.	4	1	1		2
Тема 14	Степенные ряды.	13	2	4		7

На промежуточную аттестацию отводится 27 часов.

### **Содержание дисциплины (очное обучение)**

<b>Номер темы</b>	<b>Содержание темы</b>
Тема 1	Понятие предела числовой последовательности. Предел функции в точке и на бесконечности Свойства пределов. Что такое бесконечно малые и бесконечно большие величины. Что такое неопределенность, виды неопределенности. Способы раскрытия неопределенностей вида 0 делить на ноль, бесконечность делить на бесконечность, бесконечность минус бесконечность. Односторонние пределы. Условие непрерывности функции в точке.
Тема 2	Первый замечательный предел, применение. Второй замечательный предел, применение. Эквивалентные бесконечно малые, применение при вычислении пределов.
Тема 3	Определение производной, ее механический и геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали. Табличное дифференцирование, дифференцирование сложной и неявно заданной функции. Дифференциал функции.
Тема 4	Нахождение интервалов монотонности функции, точек экстремума, интервалов выпуклости-вогнутости, точек перегиба. нахождение наклонных и вертикальных асимптот. Исследование функции на четность и нечетность. Построение графиков с исследованием.
Тема 5	Область определения функции двух переменных. График функции двух переменных (понятие). Линии уровня. Частные производные первого и второго порядка, смешанные производные. Экстремум функции двух переменных, его нахождение.

Тема 6	Производная функции двух переменных в данном направлении, ее механический и геометрический смысл. Градиент функции двух переменных. Максимальная скорость возрастания функции.
Тема 7	Алгоритм нахождения глобального максимума и глобального минимума функции двух переменных в замкнутой области.
Тема 8	Первообразная и семейство первообразных. Неопределенный интеграл, определение, свойства. Методы интегрирования: табличный, замена переменной, подстановки, интегрирование по частям.
Тема 9	Определенный интеграл, определение и геометрический смысл. Теорема Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла, методы интегрирования. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения.
Тема 10	Понятие дифференциального уравнения, решения ДУ, порядка ДУ. Общее и частное решение. Способы решения ДУ с разделяющимися переменными, линейных, однородных.
Тема 11	ДУ 2 порядка, допускающие понижение порядка. ДУ 2 порядка линейные однородные с постоянными коэффициентами. Общее и частное решение, начальные условия.
Тема 12	Понятие числового ряда. Формула общего члена. Частичная сумма ряда. Сумма ряда. Понятие сходящихся и расходящихся числовых рядов. Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера.
Тема 13	Достаточный признак сходимости Лейбница для знакочередующихся рядов. Абсолютная и условная сходимость. Оценка погрешности суммы знакочередующегося ряда.
Тема 14	Функциональные ряды, область сходимости и расходимости. Степенные ряды как частный случай функциональных рядов. Радиус сходимости. Исследование сходимости на концах интервала. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях, численном интегрировании и решении дифференциальных уравнений.

### Тематическое планирование (заочное обучение)

Номер темы/раздела	Наименование темы/раздела	Всего часов	Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа
	<b>Всего</b>	<b>171</b>	<b>4</b>	<b>8</b>		<b>159</b>
<b>Раздел 1</b>	<b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>	<b>53,9</b>	<b>1,4</b>	<b>2,5</b>		<b>50</b>
Тема 1	Предел функции. Раскрытие неопределенностей.	10,7	0,2	0,5		10

Тема 2	1 и 2 замечательный предел. Эквивалентные бесконечно малые.	10,7	0,2	0,5		10
Тема 3	Производная. Геометрический и механический смысл.	16,5	0,5	1		15
Тема 4	Применение производной для исследования функций. Построение графиков .	16	0,5	0,5		15
<b>Раздел 2</b>	<b>Функция нескольких переменных</b>	<b>20,8</b>	<b>0,3</b>	<b>1,5</b>		<b>19</b>
Тема 5	Функция нескольких переменных.	7,6	0,1	0,5		7
Тема 6	Производная по направлению.	7,6	0,1	0,5		7
Тема 7	Глобальный экстремум Ф2П в замкнутой области.	5,6	0,1	0,5		5
<b>Раздел 3</b>	<b>Интегральное исчисление</b>	<b>26,9</b>	<b>0,9</b>	<b>1</b>		<b>25</b>
Тема 8	Неопределенные интегралы и методы интегрирования	10,9	0,4	0,5		10
Тема 9	Определенные интегралы. Методы интегрирования. Применение.	16	0,5	0,5		15
<b>Раздел 4</b>	<b>Дифференциальные уравнения</b>	<b>32,3</b>	<b>0,8</b>	<b>1,5</b>		<b>30</b>
Тема 10	Дифференциальные уравнения 1 порядка	16,4	0,4	1		15
Тема 11	Дифференциальные уравнения второго порядка	15,9	0,4	0,5		15
<b>Раздел 5</b>	<b>Ряды</b>	<b>37,1</b>	<b>0,6</b>	<b>1,5</b>		<b>35</b>
Тема 12	Числовые ряды.	10,7	0,2	0,5		10
Тема 13	Знакочередующиеся числовые ряды.	10,7	0,2	0,5		10
Тема 14	Степенные ряды.	15,7	0,2	0,5		15

На промежуточную аттестацию отводится 9 часов.

### Содержание дисциплины (заочное обучение)

Номер темы	Содержание темы
Тема 1	Понятие предела числовой последовательности. Предел функции в точке и на бесконечности Свойства пределов. Что такое бесконечно малые и бесконечно большие величины. Что такое неопределенность, виды неопределенности. Способы раскрытия неопределенностей вида 0 делить на ноль, бесконечность делить на бесконечность, бесконечность минус бесконечность. Односторонние пределы. Условие непрерывности функции в точке.
Тема 2	Первый замечательный предел, применение. Второй замечательный предел, применение. Эквивалентные бесконечно малые, применение при вычислении пределов.
Тема 3	Определение производной, ее механический и геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали. Табличное дифференцирование, дифференцирование сложной и неявно заданной функции. Дифференциал функции.
Тема 4	Нахождение интервалов монотонности функции, точек экстремума, интервалов выпуклости-вогнутости, точек перегиба. нахождение наклонных и вертикальных асимптот. Исследование функции на четность и нечетность. Построение графиков с исследованием.

Тема 5	Область определения функции двух переменных. График функции двух переменных (понятие). Линии уровня. Частные производные первого и второго порядка, смешанные производные. Экстремум функции двух переменных, его нахождение.
Тема 6	Производная функции двух переменных в данном направлении, ее механический и геометрический смысл. Градиент функции двух переменных. Максимальная скорость возрастания функции.
Тема 7	Алгоритм нахождения глобального максимума и глобального минимума функции двух переменных в замкнутой области.
Тема 8	Первообразная и семейство первообразных. Неопределенный интеграл, определение, свойства. Методы интегрирования: табличный, замена переменной, подстановки, интегрирование по частям.
Тема 9	Определенный интеграл, определение и геометрический смысл. Теорема Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла, методы интегрирования. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения.
Тема 10	Понятие дифференциального уравнения, решения ДУ, порядка ДУ. Общее и частное решение. Способы решения ДУ с разделяющимися переменными, линейных, однородных.
Тема 11	ДУ 2 порядка, допускающие понижение порядка. ДУ 2 порядка линейные однородные с постоянными коэффициентами. Общее и частное решение, начальные условия.
Тема 12	Понятие числового ряда. Формула общего члена. Частичная сумма ряда. Сумма ряда. Понятие сходящихся и расходящихся числовых рядов. Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера.
Тема 13	Достаточный признак сходимости Лейбница для знакочередующихся рядов. Абсолютная и условная сходимость. Оценка погрешности суммы знакочередующегося ряда.
Тема 14	Функциональные ряды, область сходимости и расходимости. Степенные ряды как частный случай функциональных рядов. Радиус сходимости. Исследование сходимости на концах интервала. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях, численном интегрировании и решении дифференциальных уравнений.

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

### Литература для самостоятельной работы студентов

1. Бось В. Ю. Математический анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов очной и заочной форм обучения, - Саратов: Саратовский ГАУ, 2014. - 187 с. - Режим доступа: <https://lib.rucont.ru/efd/277760/info>

2. Барлуков А. М. Математика (для экономистов) [Электронный ресурс]: учебное пособие, - Улан-Удэ: Бурятский гос. ун-т, 2017. - 179 с. - Режим доступа: <https://lib.rucont.ru/efd/633961/info>

### Вопросы и задания для самостоятельной работы (очная форма обучения)

#### Второй семестр (87 ч.)

Вид СРС: Коллоквиум (подготовка) (10 ч.)

Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимся.

Вид СРС: Контрольная работа (выполнение) (10 ч.)

Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Вид СРС: Работа с онлайн-курсом (30 ч.)

Изучение (повторение) теоретического материала по отдельным разделам дисциплины, ответы на вопросы и прохождение тестов

Вид СРС: Тест (подготовка) (10 ч.)

Система стандартизованных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

Вид СРС: Работа с рекомендуемой литературой (27 ч.)

Самостоятельное изучение вопроса, согласно рекомендуемой преподавателем основной и дополнительной литературы.

### **Вопросы и задания для самостоятельной работы (заочная форма обучения)**

#### **Всего часов самостоятельной работы (159 ч.)**

Вид СРС: Коллоквиум (подготовка) (19 ч.)

Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимся.

Вид СРС: Контрольная работа (выполнение) (30 ч.)

Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного

типа по теме или разделу.

Вид СРС: Работа с онлайн-курсом (50 ч.)

Изучение (повторение) теоретического материала по отдельным разделам дисциплины, ответы на вопросы и прохождение тестов

Вид СРС: Тест (подготовка) (10 ч.)

Система стандартизованных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

Вид СРС: Работа с рекомендуемой литературой (50 ч.)

Самостоятельное изучение вопроса, согласно рекомендуемой преподавателем основной и дополнительной литературы.

### **7. Тематика курсовых работ(проектов)**

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

## **8. Фонд оценочных средств для текущего контроля и промежуточной аттестации**

### **8.1. Компетенции и этапы формирования**

Коды компетенций	Этапы формирования		
	Курс, семестр	Форма контроля	Разделы дисциплины
УК-1	1 курс, Второй семестр	Экзамен	Раздел 1: Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

УК-1	1 курс, Второй семестр	Экзамен	Раздел 2: Функция нескольких переменных.
УК-1	1 курс, Второй семестр	Экзамен	Раздел 3: Интегральное исчисление.
УК-1	1 курс, Второй семестр	Экзамен	Раздел 4: Дифференциальные уравнения.
УК-1	1 курс, Второй семестр	Экзамен	Раздел 5: Ряды.

## 8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

В рамках изучаемой дисциплины студент демонстрирует уровни овладения компетенциями:

Повышенный уровень:

Базовый уровень:

Пороговый уровень:

Уровень ниже порогового:

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации	
	Экзамен (дифференцированный зачет)	Зачет
Повышенный	5 (отлично)	зачтено
Базовый	4 (хорошо)	зачтено
Пороговый	3 (удовлетворительно)	зачтено
Ниже порогового	2 (неудовлетворительно)	не зачтено

Критерии оценки знаний студентов по дисциплине

## 8.3. Типовые вопросы, задания текущего контроля

Раздел 1: Дифференциальное исчисление функции одной переменной

УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий

1. Найти пределы, используя 1 замечательный предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x}-e}{8x}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x}{x^2}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg x}{3x}$$

2. Найти пределы, используя 2 замечательный предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2x-5}{2x+1} \right)^{4x+5}$$

3. Найти указанные пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{0,1x^2 - x}{3x^3 + 4x - 2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 6x^3 + 3}{x^7 + 4x^2 - 3^{15}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x^6}{x^4 + 0,005x^3}$$

4. Продифференцировать функцию:

1) Продифференцировать функцию:

$$a) u(t) = 4t^3 - \frac{2t^5}{5} + 2t - 1 \quad | \quad b) y = 3t \cdot \sqrt[3]{t^2}$$

$$5) y = \frac{z}{2z^3} \quad | \quad 6) z = \cos y \cdot (2y^2 - \sin y)$$

5. Найти производную сложной функции:

3) Найти производную сложной функции:

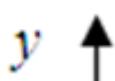
$$a) y = \sin(5x+2) \quad | \quad b) y = e^{2-4x^2}$$

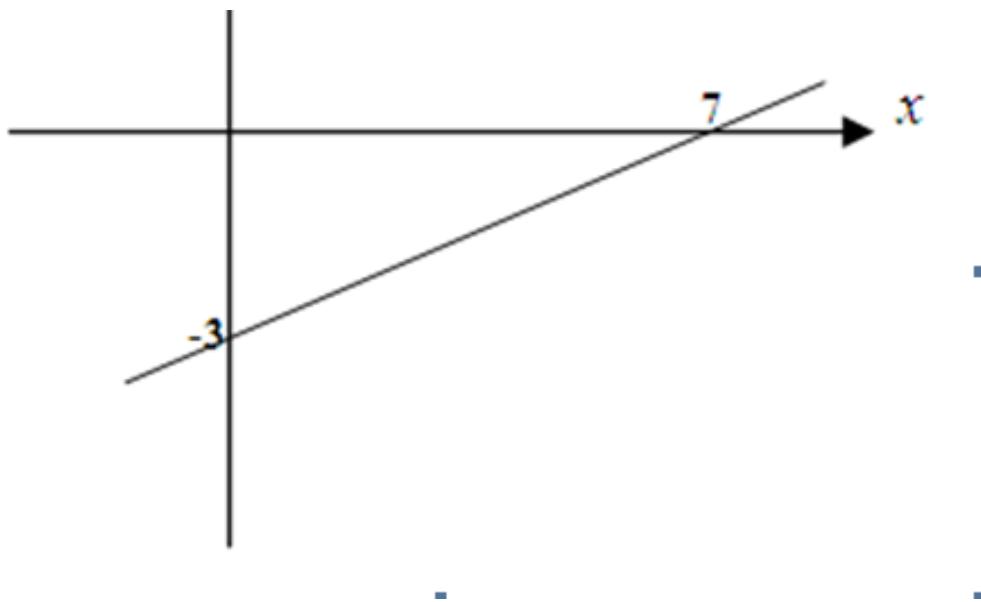
$$5) y = \left( 4 - \frac{x}{2} \right)^3 \quad | \quad 6) y = \cos 2x \cdot e^{-3x}$$

6. Найти производную неявно заданной функции:

$$x^3 + 2y^2 - \cos y \cdot x = 3 \quad |$$

7. Построить график производной функции, заданной графически:





8. Найти точку касания:

|Прямая  $y = 6x - 7$  является касательной к кривой  $y = x^2 + 2$ . Найти точку касания.

9. Исследовать функцию на экстремум:

|15) Найти стационарные точки функции  $y = e^x \cdot (1+x^2)$ . Указать промежутки монотонности функции. Исследовать функцию на экстремум.|

10. Найти интервалы выпуклости и вогнутости, точки перегиба:

$$y = x^4 - 3x^2 + 2x - 1.$$

11. Исследовать и построить график функции:

$$y = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 12x - 3$$

12. Исследовать и построить график функции:

$$y = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 12x - 3$$

13. Найти пределы, используя 1 замечательный предел:

8)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{8x}$

9)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x}{x^2}$

10)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg x}{3x}$

## Раздел 2: Функция нескольких переменных

УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий

1. Найти значение функции  $z$  в точке  $M$ :

a)  $z = x^2 - 2x \cdot y - y^2 + 1; M(-1; \sqrt{3})$

б)  $z = \cos^2 \phi + \sin^2 \psi; M(\phi; \psi) = M\left(-\frac{\pi}{5}; -\frac{\pi}{5}\right)$

в)  $z = \lg \alpha + \ln \beta; M(\alpha; \beta) = M\left(\frac{\pi}{4}; e\right)$

2. Изобразить область определения функции двух переменных:

а)  $z = \frac{1}{3x - y + 2}$

б)  $z = \frac{5x + y}{\sqrt{x^2 + y^2} - 1}$

в)  $z = \sqrt{3x - y + 2}$

г)  $z = \sqrt{3-x^2-y^2} - \sqrt{x+y}$

3. Изобразить график функции двух переменных:

а)  $z = x^2 + y^2$

б)  $z = x^2 + 5$

в)  $z = 2x + 3y - 6$

г)  $z = x - 1$  (примечание: данное уравнение можно рассматривать как  $z = x - 1 + 0 \cdot y$ )

4. Построить линию уровня:

а)  $z = x - y^2; C=1$

б)  $z = 2x^2 - y^2; C=4$

в)  $z = x^2 + y^2; C=5$

г)  $z = x - 1; C = -1$

5. Найти частные и смешанные производные:

1) Данна функция  $z = 2x^2 \cdot y^2 - 4x + 5y - 3^{12}$ .

Найти  $z'_x, z'_y, z''_{xx}, z''_{xy}, z''_{yy}, z''_{yx}$ .

2) Данна функция  $z = 3x^2 \cdot y - \sin x + \cos y - 3x + 4y$ .

Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  в точке  $A(0;0)$ .

6. Исследовать функцию на экстремум:

Исследовать на экстремум функцию  $\|\$

а)  $z = 3x + 6y - x^3 - xy - y^3$  ..... б)  $z = x^2 + y^2 - 6xy$

7. Найти глобальный экстремум в замкнутой области:

...а)  $z = x^2 + y^2 - 3xy$ , в замкнутой области, ограниченной линиями:  $x = 0, x = 4, y = 0, y = 4$ . ¶

8. Найти градиент и наибольшую скорость возрастания функции:

7) Дано функция  $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$ . Найти: ¶

...а)  $\overrightarrow{\text{grad}} z$  в точке  $A(1; -2)$ ; ¶

...б) построить  $\overrightarrow{\text{grad}} z$  в точке  $A(1; -2)$ ; ¶

...в) наибольшую скорость возрастания  $z(x, y)$  в точке  $A$ ; ¶

...г) найти направление наибыстрейшего убывания функции и наибольшую скорость убывания функции. ¶

### Раздел 3: Интегральное исчисление

УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий

1. Найти неопределенные интегралы, используя табличное интегрирование:

$$8) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$15) \int (4-x) \cdot x dx$$

$$9) \int 2x\sqrt{x} dx$$

$$16) \int (3-2x) \cdot (3+2x) dx$$

$$10) \int \frac{3x+1}{x^2} dx$$

$$17) \int \left( \sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} \right) dx$$

2. Проинтегрировать методом замены переменной или по частям:

$$a) \int \sin^3 x \cdot \cos x \cdot dx$$

$$b) \int x \cdot \ln x \cdot dx$$

3. Проинтегрировать рациональную дробь:

$$\int \frac{x^2 - 3x + 2}{3x - 1} \cdot dx$$

4. Найти определенные интегралы:

$$... 3) \int_{-1}^2 (3x^2 + 2) \cdot dx$$

$$... 4) \int_{-2}^0 4x^3 \cdot dx$$

$$... \int (5 - 2x)^2 \cdot dx$$

$$... 6) \int 2 - 3x \cdot dx$$

$$5) \int_0^{\pi} (2 - \sin x) \cdot dx = \int_0^{\pi} 2 \cdot dx - \int_0^{\pi} \sin x \cdot dx$$

$$7) \int_0^1 e^{3x} \cdot dx = 8) \int_0^{\pi} \sin 3x \cdot dx$$

5. Найти площадь, ограниченную линиями:

## 2. Найти площадь, ограниченную линиям

$$a) y = -x^2 + 1, \quad y = -3;$$

$$b) y = x^2 - 5x, \quad y = 0;$$

$$B) y = -x^2 + 1, \quad y = x^2 - 1;$$

$$T) y = (x+2)^2, \quad \frac{x}{-2} + \frac{y}{4} = 1;$$

$$D) y = x^3; \quad y = \sqrt{x}$$

6. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями:

$$y=4x-x^2, \quad y=0, \quad x=0, \quad x=3$$

Раздел 4: Дифференциальные уравнения

УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий

1. Определить тип дифференциального уравнения:

$$a) \sqrt{y^2 + 1} \cdot dx = x \cdot dy$$

$$b) y' \cdot \operatorname{ctg} x + y = 2$$

$$c) y' - y = 3x - 1$$

2. Найти частное решение ДУ с разделяющимися переменными:

$$xy' + y = y^2; \quad y(1) = 0,5$$

3. Решить линейное ДУ 1 порядка:

$$xy' - 2y = 2x^4$$

4. Найти общее решение ДУ 2 порядка:

$$y'' + y - 2y = 0$$

5. Найти частное решение ДУ 2 порядка:

$$y'' - 4y' + 5y = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 4$$

## Раздел 5: Ряды

УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий

1. Исследовать сходимость ряда по признаку сравнения:
2. Исследовать сходимость по интегральному признаку:
3. Исследовать сходимость по признаку Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}$$

4. Найти интервал сходимости степенного ряда и выяснить его сходимость на концах интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{5^n \cdot \sqrt[3]{n}}$$

5. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001 путем разложения подынтегральной функции в степенной ряд:

$$\int_0^{0.5} \sqrt{1+x^3} \cdot dx$$

## 8.4. Вопросы промежуточной аттестации

### Второй семестр (Экзамен, УК-1)

1. Что такое функция. Область определения функции. Область значения функции. График функции.
2. Способы задания функции.
3. Элементарная функция. Перечислить основные элементарные функции.
4. Четные, нечетные функции, функции общего положения. Каким свойством обладают графики четной и нечетной функции. Аналитическая формула условия четности и нечетности функции.
5. Что называется пределом переменной?
6. Предел функции в точке.
7. Бесконечно большие, бесконечно малые величины.
8. Основные теоремы о пределах.
9. Первый замечательный предел.
10. Второй замечательный предел.
11. Что называется неопределенностью и раскрытие неопределенности. Виды неопределенности.
12. Раскрытие неопределенности вида  $\{0/0\}$ ,  $\{\text{бесконечность/бесконечность}\}$ ,  $\{\text{бесконечность-бесконечность}\}$ ,  $\{1 \text{ в степени бесконечность}\}$ .
13. Определение односторонних пределов в точке.
14. Условие непрерывности функции в точке.
15. Точки разрыва первого и второго рода. Скачок функции в точке разрыва.
16. Определение производной функции.
17. Как называется операция нахождения производной функции.
18. Геометрический смысл производной.
19. Уравнение касательной и нормали к графику функции в заданной точке.
20. Механический смысл производной.
21. Экономический смысл производной. Эластичность экономических функций.

22. Правила дифференцирования. Суммы произведения частного.
23. Сложная функция дифференцирования сложной функции.
24. Что такое дифференциал функции.
25. Признаки возрастания, убывания функции.
26. Что такое точка экстремума функции. Каковы необходимые и достаточные признаки экстремума функции.
27. Как найти наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке.
28. Признаки выпуклости, вогнутости графика функции.
29. Точки перегиба. Как их найти.
30. Определение асимптоты графика функции.
31. Как найти вертикальные, наклонные и горизонтальные асимптоты.
32. Что такое функция двух (нескольких) переменных.
33. Область определения функции. Область значения функции. График функции.
34. Что такое линия уровня функции двух переменных. Как ее найти.
35. Частные производные первого и второго порядка функции двух переменных.
36. Полный дифференциал функции двух переменных.
37. Касательная плоскость к графику функции двух переменных.
38. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
39. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в заданной замкнутой области.
40. Производная функции двух переменных по заданному направлению.
41. Градиент функции двух переменных.
42. Наибольшая скорость возрастания функции в заданной точке.
43. Метод наименьших квадратов. Нахождение параметров линейной функции.
44. Что называется первообразной функции  $f(x)$ , семейством первообразных.
45. Определение неопределенного интеграла.
46. Основные свойства неопределенного интеграла.
47. Методы интегрирования: табличное, замена переменных, интегрирование по частям.
48. Что называется определенным интегралом от данной функции по заданному отрезку.
49. Формула Ньютона-Лейбница.
50. Основные свойства определенного интеграла.
51. Методы вычисления определенного интеграла.
52. Геометрический смысл определенного интеграла. Написать формулу для вычисления площади фигуры, ограниченной графиками  $y=f(x)$  и  $y=g(x)$ .
53. Написать формулы для вычисления объема тела, полученного при вращении вокруг оси  $Ox$ , Оу криволинейной трапеции.
54. Какое уравнение называется дифференциальным? Что такое порядок дифференциального уравнения?
55. Что называется решением дифференциального уравнения? Общим решением? Частным решением?
56. Что называется задачей Коши? Как ее решить?
57. Какое дифференциальное уравнение 1-го порядка называется уравнением с разделяющимися переменными?
58. Какова схема решения дифференциального уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными?
59. Какое дифференциальное уравнение 1-го порядка называется линейным? Какова схема его решения?
60. Какое дифференциальное уравнение 1-го порядка называется уравнением Бернулли? Какова схема его решения?

61. Как найти общее решение дифференциального уравнения 2-го порядка вида  $y''=f(x)$ ?
62. Какой вид имеет линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами? Какое уравнение называется его характеристическим уравнением?
63. Общее решение линейного однородного уравнения 2 го порядка с постоянными коэффициентами.
64. Что называется числовым рядом? общим членом числового ряда? частичной суммой числового ряда?
65. Определение сходящегося и расходящегося ряда.
66. Необходимый признак сходимости числового ряда.
67. Достаточный признак сходимости Даламбера.
68. Достаточный признак сходимости : признак сравнения ( предельный).
69. Алгебраический и интегральный признаки сходимости.
70. Какой ряд называется знакочередующимся. Достаточный признак сходимости Лейбница.
71. Абсолютная и условная сходимость знакочередующегося ряда.
72. Что такое функциональный ряд, что такое точка сходимости, расходимости. Область сходимости функционального ряда.
73. Какой ряд называется степенным. Область сходимости степенного ряда.
74. Разложение функции в степенной ряд Тейлора, Маклорена.
75. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.
76. Применение степенных рядов в приближенном вычислении определенных интегралов, при решении дифференциальных уравнений.

### **8.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

#### **9. Перечень учебной литературы**

1. Барлуков А. М. Математика (для экономистов) [Электронный ресурс]: учебное пособие, - Улан-Удэ: Бурятский гос. ун-т, 2017. - 179 с. - Режим доступа: <https://lib.rucont.ru/efd/633961/info>
2. Бось В. Ю. Математический анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов очной и заочной форм обучения, - Саратов: Саратовский ГАУ, 2014. - 187 с. - Режим доступа: <https://lib.rucont.ru/efd/277760/info>
3. Кузнецова О. В. Математика [Электронный ресурс]: [дистанционный курс на платформе Moodle], - Ижевск: , 2021. - Режим доступа: <http://moodle.udstu.ru/enrol/index.php?id=392>

#### **10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет**

1. <http://lib.rucont.ru> - Электронная библиотечная система
2. <http://elib.udstu.ru/> - библиотека электронных учебных пособий Удмуртского ГАУ
3. <http://portal.udstu.ru> - Интернет-портал Удмуртского ГАУ
4. <https://www.studentlibrary.ru> - ЭБС "Консультант студента"
5. <http://elibrary.ru/> - Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU

#### **11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)**

Перед изучением дисциплины студенту необходимо ознакомиться с рабочей программой дисциплины, изучить перечень рекомендуемой литературы, приведенной в рабочей программе дисциплины. Для эффективного освоения дисциплины рекомендуется посещать все виды занятий в соответствии с расписанием и выполнять все домашние задания в установленные преподавателем сроки. В случае пропуска занятий по уважительным причинам, необходимо получить у преподавателя индивидуальное задание по пропущенной теме. Полученные знания и умения в процессе освоения дисциплины студенту рекомендуется применять для решения задач, не обязательно связанных с программой дисциплины. Владение компетенциями дисциплины в полной мере будет подтверждаться Вашим умением ставить конкретные задачи, выявлять существующие проблемы, решать их и принимать на основе полученных результатов оптимальные решения. Основными видами учебных занятий для студентов по учебной дисциплине являются: занятия лекционного типа, занятия семинарского типа и самостоятельная работа студентов.

Формы работы	Методические указания для обучающихся
Лекционные занятия	<p>Работа на лекции является очень важным видом деятельности для изучения дисциплины, т.к. на лекции происходит не только сообщение новых знаний, но и систематизация и обобщение накопленных знаний, формирование на их основе идейных взглядов, убеждений, мировоззрения, развитие познавательных и профессиональных интересов.</p> <p>Краткие записи лекций (конспектирование) помогают усвоить материал. Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Конспект лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Принципиальные места, определения, формулы следует сопровождать замечаниями: «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п.</p> <p>Прослушивание и запись лекции можно производить при помощи современных устройств (диктофон, ноутбук, нетбук и т.п.).</p> <p>Работая над конспектом лекций, всегда следует использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор, в том числе нормативно-правовые акты соответствующей направленности. По результатам работы с конспектом лекции следует обозначить вопросы, термины, материал, который вызывают трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на занятии семинарского типа.</p> <p>Лекционный материал является базовым, с которого необходимо начать освоение соответствующего раздела или темы.</p>
Лабораторные занятия	<p>При подготовке к занятиям и выполнении заданий студентам следует использовать литературу из рекомендованного списка, а также руководствоваться указаниями и рекомендациями преподавателя.</p> <p>Перед каждым занятием студент изучает план занятия с перечнем тем и вопросов, списком литературы и домашним заданием по вынесенному на занятие материалу.</p> <p>Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к занятию и выполнению домашних заданий:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- проработать конспект лекций;</li> <li>- проанализировать литературу, рекомендованную по изучаемому разделу (модулю);</li> <li>- изучить решения типовых задач (при наличии);</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- решить заданные домашние задания;</li> <li>- при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.</li> </ul> <p>В конце каждого занятия типа студенты получают «домашнее задание» для закрепления пройденного материала. Домашние задания необходимо выполнять к каждому занятию. Сложные вопросы можно вынести на обсуждение на занятии семинарского типа или на индивидуальные консультации.</p>
Самостоятельная работа	<p>Самостоятельная работа студентов является составной частью их учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний, умений и навыков, поиск и приобретение новых знаний.</p> <p>Самостоятельная работа студентов включает в себя освоение теоретического материала на основе лекций, рекомендуемой литературы; подготовку к занятиям семинарского типа в индивидуальном и групповом режиме. Советы по самостоятельной работе с точки зрения использования литературы, времени, глубины проработки темы и др., а также контроль за деятельностью студента осуществляется во время занятий.</p> <p>Целью преподавателя является стимулирование самостоятельного, углублённого изучения материала курса, хорошо структурированное, последовательное изложение теории на занятиях лекционного типа, отработка навыков решения задач и системного анализа ситуаций на занятиях семинарского типа, контроль знаний студентов.</p> <p>Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь на текущей консультации или на ближайшей лекции за помощью к преподавателю.</p> <p>Помимо самостоятельного изучения материалов по темам к самостоятельной работе обучающихся относится подготовка к практическим занятиям, по результатам которой представляется отчет преподавателю и проходит собеседование.</p> <p>При самостоятельной подготовке к практическому занятию обучающийся:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- организует свою деятельность в соответствии с методическим руководством по выполнению практических работ;</li> <li>- изучает информационные материалы;</li> <li>- готовит и оформляет материалы практических работ в соответствии с требованиями.</li> </ul> <p>В результате выполнения видов самостоятельной работы происходит формирование компетенций, указанных в рабочей программы дисциплины (модуля).</p>
Практические занятия	<p>Формы организации практических занятий определяются в соответствии со специфическими особенностями учебной дисциплины и целями обучения. Ими могут быть: выполнение упражнений, решение типовых задач, решение ситуационных задач, занятия по моделированию реальных условий, деловые игры, игровое проектирование, имитационные занятия, выездные занятия в организации (предприятия), занятия-конкурсы и т.д. При устном выступлении по контрольным вопросам семинарского занятия студент должен излагать (не читать) материал выступления свободно. Необходимо концентрировать свое внимание на том, что выступление должно быть обращено к аудитории, а не к преподавателю, т.к. это значимый аспект формируемых компетенций.</p>

По окончании семинарского занятия обучающемуся следует повторить выводы, полученные на семинаре, проследив логику их построения, отметив положения, лежащие в их основе. Для этого обучающемуся в течение семинара следует делать пометки. Более того, в случае неточностей и (или) непонимания какого-либо вопроса пройденного материала обучающемуся следует обратиться к преподавателю для получения необходимой консультации и разъяснения возникшей ситуации.

При подготовке к занятиям студентам следует использовать литературу из рекомендованного списка, а также руководствоваться указаниями и рекомендациями преподавателя.

Перед каждым занятием студент изучает план занятия с перечнем тем и вопросов, списком литературы и домашним заданием по вынесенному на занятие материалу.

Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к занятию и выполнению домашних заданий:

- проработать конспект лекций;
- проанализировать литературу, рекомендованную по изучаемому разделу (модулю);
- изучить решения типовых задач (при наличии);
- решить заданные домашние задания;
- при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.

В конце каждого занятия студенты получают «домашнее задание» для закрепления пройденного материала. Домашние задания необходимо выполнять к каждому занятию. Сложные вопросы можно вынести на обсуждение на занятии или на индивидуальные консультации.

### **Описание возможностей изучения дисциплины лицами с ОВЗ и инвалидами**

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются специальные учебники, учебные пособия и дидактические материалы, специальные технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, услуги ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, а также услуги сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

Освоение дисциплины (модуля) обучающимися с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано совместно с другими обучающимися, а так же в отдельных группах.

Освоение дисциплины (модуля) обучающимися с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья.

В целях доступности получения высшего образования по образовательной программе лицами с ограниченными возможностями здоровья при освоении дисциплины (модуля) обеспечивается:

1) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению:

- присутствие ассистента, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе, записывая под диктовку),
- письменные задания, а также инструкции о порядке их выполнения оформляются увеличенным шрифтом,
- специальные учебники, учебные пособия и дидактические материалы (имеющие крупный шрифт или аудиофайлы),
- индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс,
- при необходимости студенту для выполнения задания предоставляется увеличивающее устройство;

2) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху:

- присутствие ассистента, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе, записывая под диктовку),
  - обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости обучающемуся предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
  - обеспечивается надлежащими звуковыми средствами воспроизведения информации;
- 3) для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата (в том числе с тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;
  - по желанию обучающегося задания могут выполняться в устной форме.

## **12. Перечень информационных технологий**

Информационные технологии реализации дисциплины включают

### **12.1 Программное обеспечение**

1. Базовый пакет программ Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint). Microsoft Office Standard 2016. Бессрочная лицензия. Договор №79-ГК/16 от 11.05.2016. Microsoft Office Standard 2013. Бессрочная лицензия. Договор №0313100010014000038-0010456-01 от 11.08.2014. Microsoft Office Standard 2013. Бессрочная лицензия. Договор №26 от 19.12.2013. Microsoft Office Professional Plus 2010. Бессрочная лицензия. Договор №106-ГК от 21.11.2011. Р7-Офис. Договор №173-ГК/19 от 12.11.2019 г.
2. Операционная система: Microsoft Windows 10 Professional. По подписке для учебного процесса. Последняя доступная версия программы. Astra Linux Common Edition. Договор №173-ГК/19 от 12.11.2019 г.

### **12.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. Информационно-справочная система (справочно-правовая система) «Консультант плюс». Соглашение № ИКП2016/ЛСВ 003 от 11.01.2016 для использования в учебных целях бессрочное. Обновляется регулярно. Лицензия на все компьютеры, используемые в учебном процессе.

## **13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

### **Оснащение аудиторий**

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью
2. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (практических занятий). Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью
4. Помещение для самостоятельной работы. Помещение оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.
5. Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.